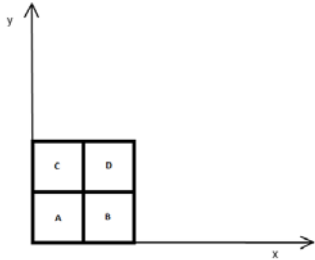


Fyzikální olympiáda – starší

Úlohy řešte nejprve obecně, po té případně pro konkrétní hodnoty (jsou-li zadány).

1. Tenká homogenní čtvercová deska o straně a hmotnosti m má těžiště ve svém geometrickém středu. Desku rozdělíme na 4 stejné části A , B , C a D – viz obr. 1. Určete souřadnice těžiště tělesa, které vznikne:
 - a) Oddělením části D
 - b) Oddělením části D , kterou následně položíme na část A
 - c) Oddělením části D , kterou následně položíme na část B

Řešte obecně, potom pro hodnotu $a = 40,0$ cm.



Obr. 1 – Značení částí desky a zavedení kartézských souřadnic

- (8 bodů)
2. Spočítejte normovací konstantu A ve vlnové funkci $\psi(x) = A \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ (7 bodů)
 3. Mějme stínítko se dvěma štěrbinami. Proti stínítku vyšleme elektron. Za stínítkem je umístěna deska pokrytá luminoforem (dopad elektronu způsobí rozsvícení luminoforu v místě dopadu). Určete pravděpodobnost rozsvícení nějakého bodu v závislosti na jeho poloze vůči štěrbinám. Použijte rozumné aproximace analogické aproximacím z výpočtu se světlem. (10 bodů)
 4. Volná částice je ve stavu popsaném vlnovou funkcí $\psi(x) = A \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$. Jaká je pravděpodobnost naměření konkrétní hodnoty hybnosti p ? (nelekněte se, systém záměrně není ve vlastním stavu) (10 bodů)
 5. Uvažujeme hamiltonián ve tvaru $\hat{H} = \gamma \hat{S}$, kde γ je konstanta a $\hat{S} = \pm \frac{\hbar}{2}$ v závislosti na hodnotě spinu částice. Určete vlastní stavy, jejich energie a energii spojenou s přechodem mezi nimi. (12 bodů)

6. Předpokládejte dutý válec rotující kolem vlastní osy. Dutina má tvar válce (osa dutiny je totožná s osou celého válce). Válec je vyplněný plynem o teplotě T . Určete průběh tlaku v závislosti na vzdálenosti od osy válce.

(Lidsky řečeno, máte sud, který se točí a kvůli odstředivé síle se v něm plyn hromadí při stěnách ☺).

Řešte obecně a potom pro dutinu o poloměru 1 km, plyn o molární hmotnosti 29 g mol^{-1} , tak, aby při stěnách byl tlak 10^5 Pa .

(motivace: doporučuji knihu A.C. Clarka Setkání s Rámou, kde jsou ve vesmíru umístěné obrovské rotující válce, které pomocí rotace vytvářejí tíži na svém vnitřním povrchu).

(10 bodů)

7. Stojíte na povrchu Země ($R = 6378 \text{ km}$, $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$). Gravitační konstanta je $\kappa = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$. Jste normalizovaný účastník matematicko-fyzikálního soustředění o výšce 1,75 m.
 - a) Jaký je rozdíl tíhového zrychlení působící na vaše nohy a na vaši hlavu? Řešte nejprve obecně a pak pro konkrétní hodnoty.
 - b) Představte si, že se Země zhroutí do černé díry. Taková černá díra by měla poloměr asi 9 mm. Předpokládejte, že se nacházíte 100 km od černé díry. Jaký je rozdíl mezi tíhovými zrychleními působícími na vaše nohy a na vaši hlavu?
 - c) Stejná černá díra i otázka jako v b), jste 10 km od černé díry. (8 bodů)
8. Parašutista o hmotnosti $m = 80 \text{ kg}$ vyskočil z letadla ve výšce $h = 1000 \text{ m}$ v homogenním tíhovém poli o velikosti 10 m s^{-2} směřujícím dolů. Na parašutistu působí odporová síla o velikosti $F = C v^2$ směřující proti vektoru okamžité rychlosti. Určete závislost rychlosti a výšky parašutisty na čase (pro $C = 10 \text{ kg m}^{-1}$). (10 bodů)
9. Vlnovou funkci spinu reprezentujeme pomocí $|\uparrow\rangle$, pokud spin směřuje nahoru, a $|\downarrow\rangle$, pokud spin směřuje dolů. Měříme orientaci spinu. S jakou pravděpodobností naměříme orientaci nahoru, pokud vlnová funkce má tvar
 - a) $\psi = |\uparrow\rangle$ (3 body)
 - b) $\psi = |\downarrow\rangle$ (3 body)
 - c) $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$ (3 body)
 - d) $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$ (3 body)
 - e) $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - i|\downarrow\rangle)$ (3 body)
10. Odhadněte hmotnost zemské atmosféry. Jak velké množství uhlí (uhlí je čistý uhlík) je nutno spálit, aby se koncentrace CO_2 změnila o 1 ppm?